

補講2 エラトステネスのふるい

2.0 はじめに

本文でも説明しましたように、素数を組織的に見つける方法があります。それを本節で説明しましょう。

2.1 エラトステネスのふるい

たとえば 100 以下の素数をすべて求めてみましょう。そのときには 100 以下の数をならべた下のような表を用意します。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

まず 1 は素数でないので消します。また 2 は素数なので、表に残します。しかし 2 の倍数（つまり偶数）はすべて素数でないので、表から消します。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

次に3は素数です。よって残します。しかし3の倍数は素数ではないので、表から消します。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

次に4とその倍数はすでに消えています(偶数を消したときに消えている)。よって次の数, 5が素数であることがわかります。そして5の倍数を表から消します。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

以下これを繰り返して、これ以上数が消せなくなるまで作業を続けます。その結果 100 以下の素数の表を手にすることができるわけです。実際に作業を続けて、表を作ってみてください。

問 182 上の作業を完了させ、100 以下の素数を書き並べよ。

またこの方法を使えば 100 以上の素数の表も同じようにすれば簡単に作ることができます。しかし現在くらいまでパソコンの普及した時代に、こういったことを人間が手作業でやるのは馬鹿げていますね。このような作業はプログラムを書いて、コンピュータにやらせるべきです。なんらかのプログラミング言語を知っている人は、上の手順をプログラムにして実行させてみてください。パソコンの性能にもよりますが、1 万くらいまでの素数はあっというまに表にできるでしょう。

ちなみにこの方法を エラトステネスのふるい と呼びます。次々と数を消していく作業が砂を選り分けるふるいに似ていることからついた名前なのでしょう。またエラトステネスは人の名前で、ギリシアの数学者です。

エラトステネスのふるい

以上で 100 以下の素数が得られました。